

# Sujet n°1

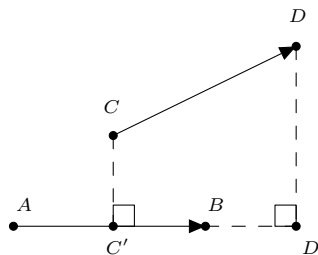
## Interrogation sur le produit scalaire

### Exercice 1

Soient deux vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ . Démontrer que  $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$

(Rappel : on a défini le produit scalaire par  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$ )

### Exercice 1



Démontrer que  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot \vec{C'D'}$ .

### Exercice 1

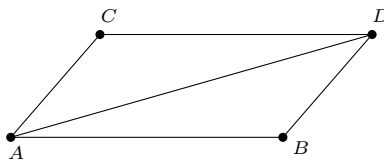
Soient  $A$  et  $B$  deux points et  $I$  le milieu de  $[AB]$ . Montrer que pour tout point  $M$  du plan, on a

$$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$$

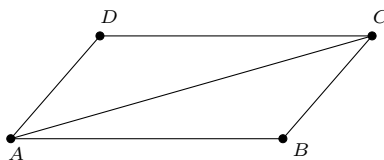
### Exercice 2

Calculer  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  dans chacun des cas suivants :

1.  $ABDC$  est un parallélogramme tel que  $AD = 8$ ,  $AB = 6$  et  $BD = 4$ .

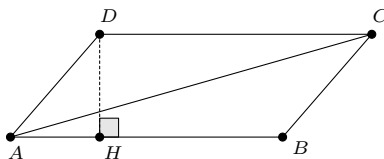


2.  $ABCD$  est un parallélogramme tel que  $AC = 6$ ,  $AB = 4$  et  $\widehat{ACD} = 20^\circ$ .



## Sujet n°1

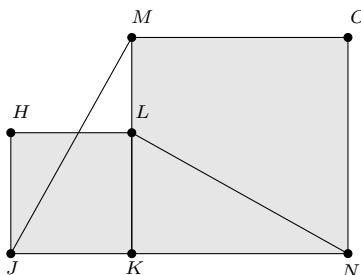
3.  $ABCD$  est un parallélogramme tel que  $AH = 1$ ,  $AB = 6$  et  $BC = 4$ .



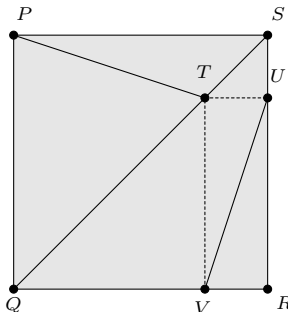
4.  $ABC$  est un triangle tel que  $AB = 3$ ,  $AC = 6$  et  $BC = 7$ .
5.  $ABC$  est un triangle tel que  $AB = 4$ ,  $AC = 5$  et  $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{6}$ .
6.  $ABC$  est un triangle isocèle en  $C$  tel que  $AB = 8$ .
7.  $ABC$  est un triangle isocèle en  $A$  tel que  $AB = 5$  et  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ .
8.  $ABCD$  est un losange dans lequel la diagonale  $[AC]$  mesure 8 cm.
9.  $A, B$  et  $C$  ont pour coordonnées dans le repère orthonormé :  $A(-1; -3)$ ,  $B(4; 1)$  et  $C(2; -6)$ .

### Exercice 3

1. Sur la figure ci-dessous,  $K \in [JN]$  et  $JKLH$  et  $KNOM$  sont des carrés.  
Démontrer que  $(MJ)$  et  $(LN)$  sont perpendiculaires.

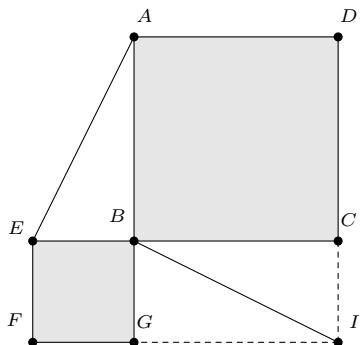


2.  $PQRS$  est un carré de côté 4.  $T$  est un point situé au  $\frac{3}{4}$  de  $[QS]$  (autrement dit,  $\overrightarrow{QT} = \frac{3}{4}\overrightarrow{QS}$ ).  
 $U$  et  $V$  sont les projetés orthogonaux de  $T$  respectivement sur  $(RS)$  et  $(QR)$ .  
Démontrer que  $(PT)$  et  $(UV)$  sont perpendiculaires.



## Sujet n°1

3.  $ABCD$  et  $AEFG$  sont deux carrés. Démontrer que les droites  $(AE)$  et  $(BI)$  sont perpendiculaires.



### Exercice 4

Soit  $ABCD$  un quadrilatère quelconque.

1. Montrer que  $BC^2 - AB^2 + DA^2 - CD^2 = 2\vec{AC} \cdot \vec{BD}$ . (Pensez aux identités remarquables)
2. En déduire qu'un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires si et seulement si  $BC^2 + DA^2 = AB^2 + CD^2$ .